

Dasar-dasar Optimasi

Optimasi Linier – Interpretasi Hasil Lindo

diambil dari buku
Introduction to Operations Research, Sixth Edition, Frederick S. Hillier, Gerald J. Lieberman, McGraw-Hill, Inc., International Editions, Industrial Engineering Series, 1995

Formulasi dengan Lindo

```
Max 1000 X1 + 900 X2 + 800 X3 +  
      750 X4 + 600 X5 + 500 X6 +  
      250 X7 + 300 X8 + 350 X9  
st  
  X1 + X4 + X7 <= 400  
 3 X1 + 2 X4 + X7 <= 600  
 3 X2 + 2 X5 + X8 <= 800  
 3 X3 + 2 X6 + X9 <= 375  
  X1 + X2 + X3 <= 600  
  X4 + X5 + X6 <= 500  
  X7 + X8 + X9 <= 325  
 3 X1 + 3 X4 + 3 X7 - 2 X2 - 2 X5 - 2 X8 = 0  
  X2 + X5 + X8 - 2 X3 - 2 X6 - 2 X9 = 0  
End
```

Hasil dengan Lindo 1

LP OPTIMUM FOUND AT STEP 2

OBJECTIVE FUNCTION VALUE

1) 577500.0

| VARIABLE | VALUE | REDUCED COST |
|----------|------------|--------------|
| X1 | 0.000000 | 0.000000 |
| X2 | 75.000000 | 0.000000 |
| X3 | 75.000000 | 0.000000 |
| X4 | 300.000000 | 0.000000 |
| X5 | 200.000000 | 0.000000 |
| X6 | 0.000000 | 75.000000 |
| X7 | 0.000000 | 250.000000 |
| X8 | 175.000000 | 0.000000 |
| X9 | 150.000000 | 0.000000 |

Hasil dengan Lindo 2

LP OPTIMUM FOUND AT STEP 2

OBJECTIVE FUNCTION VALUE

1) 577500.0

| ROW | SLACK OR SURPLUS | DUAL PRICES |
|-----|------------------|-------------|
| 2) | 100.000000 | 0.000000 |
| 3) | 0.000000 | 285.256409 |
| 4) | 0.000000 | 335.256409 |
| 5) | 0.000000 | 260.256409 |
| 6) | 450.000000 | 0.000000 |
| 7) | 0.000000 | 35.256409 |
| 8) | 0.000000 | 70.512817 |
| 9) | 0.000000 | 48.076923 |
| 10) | 0.000000 | -9.615385 |

Interpretasi Hasil

- **Slack or surplus**
 - nilai kelebihan suatu sumberdaya yang digunakan pada kondisi optimum terhadap sumberdaya yang tersedia sebagai kendala
 - jika nilai *slack* atau surplus tidak sama dengan nol, maka perubahan kendala sebesar minus *slack* atau surplus belum berpengaruh pada nilai optimum
 - jika nilai *slack* atau surplus sama dengan nol, maka variabel terkait menjadi *variabel basis*

Interpretasi Hasil

- **Reduced Cost**
 - penurunan harga tiap unit variabel keputusan tanpa berpengaruh pada nilai optimum
- **Dual Prices**
 - besarnya perubahan nilai optimum pada setiap unit perubahan sumberdaya yang tersedia sebagai kendala

Hasil dengan Lindo 3

NO. ITERATIONS= 2

RANGES IN WHICH THE BASIS IS UNCHANGED:

| VARIABLE | CURRENT COEF | OBJ COEFFICIENT RANGES | |
|----------|--------------|------------------------|--------------------|
| | | ALLOWABLE INCREASE | ALLOWABLE DECREASE |
| X1 | 1000.000000 | 171.874985 | 358.870972 |
| X2 | 900.000000 | 83.333328 | 250.000000 |
| X3 | 800.000000 | 916.666565 | 150.000015 |
| X4 | 750.000000 | 412.037018 | 114.583321 |
| X5 | 600.000000 | 114.583321 | 50.925922 |
| X6 | 500.000000 | 75.000000 | INFINITY |
| X7 | 250.000000 | 250.000000 | INFINITY |
| X8 | 300.000000 | 150.000000 | 91.666664 |
| X9 | 350.000000 | 676.666626 | 150.000000 |

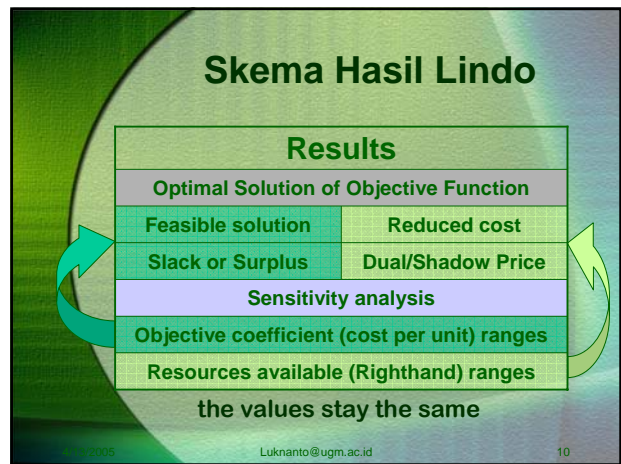
© 2005 Luknanto@ugm.ac.id 7

Hasil dengan Lindo 4

| ROW | CURRENT RHS | RIGHTHAND SIDE RANGES | |
|-----|-------------|-----------------------|--------------------|
| | | ALLOWABLE INCREASE | ALLOWABLE DECREASE |
| 2 | 400.000000 | INFINITY | 100.000000 |
| 3 | 600.000000 | 177.272720 | 0.000000 |
| 4 | 800.000000 | 0.000000 | 130.000000 |
| 5 | 375.000000 | 0.000000 | 162.500000 |
| 6 | 600.000000 | INFINITY | 450.000000 |
| 7 | 500.000000 | 0.000000 | 288.888885 |
| 8 | 325.000000 | 0.000000 | 227.500000 |
| 9 | 0.000000 | 0.000000 | 177.272720 |
| 10 | 0.000000 | 0.000000 | 303.333344 |

© 2005 Luknanto@ugm.ac.id 8

- ### Analisis sensitivitas
- Jika koefisien salah satu variabel dalam fungsi tujuan diubah dalam kisaran yang disarankan, maka nilai optimum variabel keputusan tidak akan berubah
 - Jika RHS dari salah satu kendala diubah dalam kisaran yang disarankan, maka nilai optimum dari dual prices dan reduced costs tidak akan berubah
- © 2005 Luknanto@ugm.ac.id 9



- ### Interpretasi Mendalam
- Agar pemahaman terhadap hasil Lindo dapat dimengerti secara baik dan rinci, maka sebaiknya dilakukan riset dengan menggunakan Lindo untuk meneliti pernyataan-pernyataan pada tayangan sebelumnya.
- © 2005 Luknanto@ugm.ac.id 11

Data yang dibutuhkan

| Sumberdaya | Pemakaian sumberdaya per unit kegiatan | | | | Jumlah sumberdaya yang tersedia |
|--------------------------|--|----------|-----|----------|---------------------------------|
| | Kegiatan | | | | |
| | 1 | 2 | ... | n | |
| 1 | a_{11} | a_{12} | ... | a_{1n} | b_1 |
| 2 | a_{21} | a_{22} | ... | a_{2n} | b_2 |
| ... | ... | ... | ... | ... | ... |
| m | a_{m1} | a_{m2} | ... | a_{mn} | b_m |
| ΔZ unit kegiatan | c_1 | c_2 | ... | c_n | |
| Tingkat kegiatan | x_1 | x_2 | ... | x_n | |

© 2005 Luknanto@ugm.ac.id 12

Formulasi

Memaksimumkan $Z = c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n$

sedemikian rupa sehingga memenuhi kendala:

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n \leq b_1$$

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n \leq b_2$$

⋮

$$a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n \leq b_m$$

dan $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, \dots, x_n \geq 0$

© 2005

Luknanto@ugm.ac.id

13

Kenapa perlu analisis sensitivitas

- Di lapangan seluruh parameter optimasi (a_{ij} , b_i , c_j) tidak mempunyai nilai konstan, namun merupakan nilai estimasi atau prediksi keadaan mendatang.
- Nilai parameter tersebut terutama b_i biasanya adalah keputusan kebijakan manajerial.
- Oleh karena itu sangat diperlukan prakiraan kepekaan kondisi optimal terhadap perubahan nilai parameter tersebut, sehingga analisis sensitivitas diperlukan.

© 2005

Luknanto@ugm.ac.id

14

Contoh

```

Max 1000 X1 + 900 X2 + 800 X3 +
    750 X4 + 600 X5 + 500 X6 +
    250 X7 + 300 X8 + 350 X9
st
  X1 + X4 + X7 <= 400
 3 X1 + 2 X4 + X7 <= 600
 3 X2 + 2 X5 + X8 <= 800
 3 X3 + 2 X6 + X9 <= 375
  X1 + X2 + X3 <= 600
  X4 + X5 + X6 <= 500
  X7 + X8 + X9 <= 325
 3 X1 + 3 X4 + 3 X7 - 2 X2 - 2 X5 - 2 X8 = 0
  X2 + X5 + X8 - 2 X3 - 2 X6 - 2 X9 = 0
End
    
```

© 2005

Luknanto@ugm.ac.id

15

Hasil dengan Lindo 1

```

LP OPTIMUM FOUND AT STEP      2

      OBJECTIVE FUNCTION VALUE
    1)      ??????.?

      VARIABLE            VALUE            REDUCED COST
      X1                   0.000000            0.000000
      X2                   75.000000            0.000000
      X3                   75.000000            0.000000
      X4                   300.000000            0.000000
      X5                   200.000000            0.000000
      X6                   0.000000            75.000000
      X7                   0.000000            250.000000
      X8                   175.000000            0.000000
      X9                   150.000000            0.000000
    
```

© 2005

Luknanto@ugm.ac.id

16

Hasil dengan Lindo 2

```

LP OPTIMUM FOUND AT STEP      2

      OBJECTIVE FUNCTION VALUE
    1)      ??????.?

      ROW    SLACK OR SURPLUS    DUAL PRICES
    2)      ? .??????             0.000000
    3)      ? .??????             285.256409
    4)      ? .??????             335.256409
    5)      ? .??????             260.256409
    6)      ? .??????             0.000000
    7)      ? .??????             35.256409
    8)      ? .??????             70.512817
    9)      ? .??????             48.076923
   10)     ? .??????             -9.615385
    
```

© 2005

Luknanto@ugm.ac.id

17

Pertanyaan

1. Berapakah nilai maksimum dari fungsi tujuan?
2. Hitung *slack* atau *surplus* dari masing-masing kendala?
3. Sebutkan variabel *non-basis* pada penyelesaian di atas?
4. Jelaskan secara lengkap apa yang terjadi jika fungsi tujuan di atas pada suku ke 6 dari "500 X6" diganti dengan "425 X6"?
5. Jika anda diminta mengurangi resource yang tersedia, berilah peringkat pada resource mana saja yang akan anda kurangi dan sebutkan alasannya.

© 2005

Luknanto@ugm.ac.id

18

Pertanyaan

6. Jika anda diminta **menambah resource** yang tersedia, berilah peringkat pada **resource** mana saja yang akan anda **tambah** dan sebutkan alasannya.
7. Karena beberapa perbaikan dalam penyediaan **resource**, ternyata pada **resource** ke 2 bertambah 1 unit, bertambah untung atau rugikah perusahaan di atas. Hitung berapakah pertambahan untung atau rugi yang akan ditanggung perusahaan tersebut.
8. Jika bilangan-bilangan yang terdapat pada fungsi tujuan di atas merupakan harga satuan untuk tiap aktivitas (x_i), maka sebutkan aktivitas mana yang harga satuannya dapat diturunkan dan jelaskan alasan saudara.

10/2005

Luknanto@ugm.ac.id

19

Jawaban 1

1. Nilai maksimum fungsi tujuan = $1000 X_1 + 900 X_2 + 800 X_3 + 750 X_4 + 600 X_5 + 500 X_6 + 250 X_7 + 300 X_8 + 350 X_9$ dengan nilai X_1 s/d X_9 seperti di atas, sehingga fungsi tujuan maksimum adalah $1000 (0) + 900 (75) + 800 (75) + 750 (300) + 600 (200) + 500 (0) + 250 (0) + 300 (175) + 350 (150) = 577500.0$

10/2005

Luknanto@ugm.ac.id

20

Jawaban 2

2. Karena nilai optimum untuk X_1 s/d X_9 telah diketahui, maka **slack** atau **surplus** dari masing-masing kendala dapat dihitung langsung dari mengurangi ruas kanan dengan ruas kiri dari masing-masing kendala contoh: $400 - X_1 + X_4 + X_7 = 100$. Secara lengkap **slack** atau **surplus** disajikan di bawah ini:

| KENDALA | SLACK OR SURPLUS |
|--|------------------|
| 1) $400 - X_1 + X_4 + X_7 =$ | 100.000000 |
| 2) $600 - 3 X_1 + 2 X_4 + X_7 =$ | 0.000000 |
| 3) $800 - 3 X_2 + 2 X_5 + X_8 =$ | 0.000000 |
| 4) $375 - 3 X_3 + 2 X_6 + X_9 =$ | 0.000000 |
| 5) $600 - X_1 + X_2 + X_3 =$ | 450.000000 |
| 6) $500 - X_4 + X_5 + X_6 =$ | 0.000000 |
| 7) $320 - X_7 + X_8 + X_9 =$ | 0.000000 |
| 8) $3 X_1 + 3 X_4 + 3 X_7 - 2 X_2 - 2 X_5 - 2 X_8 =$ | 0.000000 |
| 9) $X_2 + X_5 + X_8 - 2 X_3 - 2 X_6 - 2 X_9 =$ | 0.000000 |

10/2005

Luknanto@ugm.ac.id

21

Jawaban 3

3. Dari penyelesaian di atas variabel **non-basis** dirunut dari variabel yang mempunyai nilai nol pada saat optimum yaitu

| VARIABLE | VALUE | JENIS VARIABEL |
|----------|------------|------------------|
| X_1 | 0.000000 | <i>non-basis</i> |
| X_2 | 75.000000 | <i>basis</i> |
| X_3 | 75.000000 | <i>basis</i> |
| X_4 | 300.000000 | <i>basis</i> |
| X_5 | 200.000000 | <i>basis</i> |
| X_6 | 0.000000 | <i>non-basis</i> |
| X_7 | 0.000000 | <i>non-basis</i> |
| X_8 | 175.000000 | <i>basis</i> |
| X_9 | 150.000000 | <i>basis</i> |

10/2005

Luknanto@ugm.ac.id

22

Jawaban 4 & 5

4. Karena nilai **reduced cost** untuk aktivitas/variabel X_6 adalah 75, maka fungsi tujuan nilainya tidak berubah yaitu 577500.0, pada saat suku ke 6 dari "500 X_6 " diganti dengan "(500-75) X_6 "
5. Peringkat **resource** yang akan dikurangi ditentukan oleh nilai **slack** atau **surplus** dari masing-masing **resource** terkait, makin besar nilai nilai **slack** atau **surplus** peringkatnya makin tinggi. Jadi peringkat **resource** yang akan dikurangiurut dari kiri ke kanan adalah 5 dan 1. Lihat jawaban Nomer 2. Hal ini dilakukan dengan alasan andaikan **resource** dikurangi sebesar **surplus**, maka nilai optimum fungsi tujuan tidak berubah.

10/2005

Luknanto@ugm.ac.id

23

Jawaban 6

6. Peringkat **resource** yang akan ditambah ditentukan oleh nilai **dual** atau **shadow price** dari masing-masing **resource** terkait, makin besar nilai **dual** atau **shadow price** peringkatnya makin tinggi. Jadi peringkat **resource** yang akan dikurangiurut dari kiri ke kanan adalah 3, 2, 4, 7, 8, dan 6. Hal ini dilakukan dengan alasan andaikan **resource** ditambah 1 unit, maka nilai optimum fungsi tujuan akan bertambah sebesar **shadow price**.

| KENDALA | DUAL PRICES |
|---------|-------------|
| 1) | 0.000000 |
| 2) | 285.256409 |
| 3) | 335.256409 |
| 4) | 260.256409 |
| 5) | 0.000000 |
| 6) | 35.256409 |
| 7) | 70.512817 |
| 8) | 48.076923 |
| 9) | -9.615385 |

10/2005

Luknanto@ugm.ac.id

24

Jawaban 7 & 8

7. Jika *resource* ke 2 bertambah 1 unit, maka nilai optimum fungsi tujuan akan bertambah sebesar 285.256409 atau perusahaan bertambah untung.
8. Harga satuan untuk tiap aktivitas (x_i) dapat diturunkan sebesar *reduced cost* masing-masing aktivitas terkait tanpa mengurangi nilai optimum fungsi tujuan. Jadi aktivitas yang dapat dikurangi harga satuannya ialah aktivitas 6 dan 7.