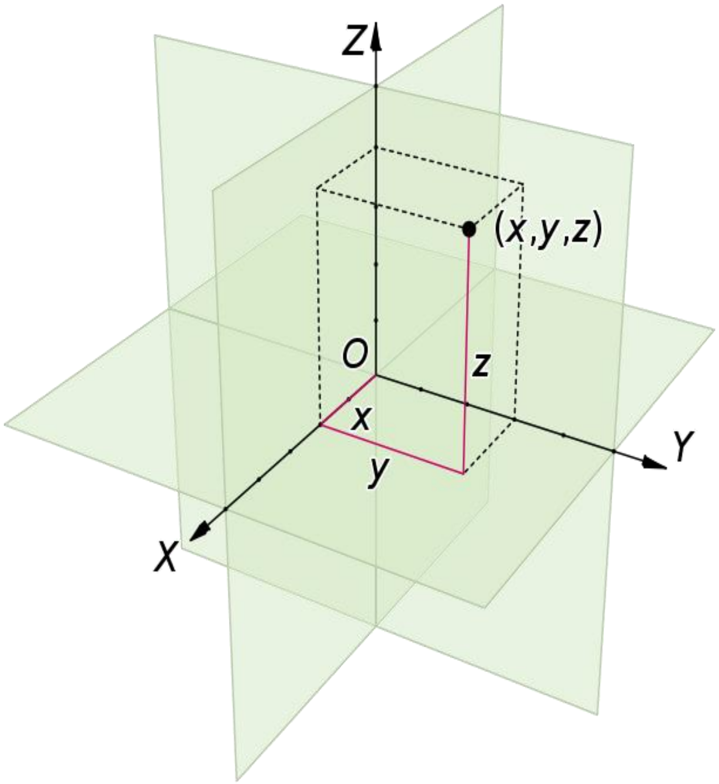



*Materi 1*

# Sistem Persamaan Linier dan Matriks (lanjutan)

Start

# Outline Materi

- Metode Penyelesaian SPL dengan Matriks (Lanjutan)
  - Transformasi Elementer

# Transformasi Elementer

Yang di maksud Transformasi Elementer pada matriks adalah operasi sbb:

1. $B_{ij}$ : Pergantian baris ke i dengan baris ke j
2. $K_{ij}$ : Pergantian kolom ke i dengan kolom ke j
3. $Bi^{(\lambda)}$ : Elemen-elemen baris ke i masing-masing dikalikan dengan skalar $\lambda \neq 0$
4. $Ki^{(\lambda)}$ : Elemen-elemen kolom ke j masing-masing dikalikan dengan skalar $\lambda \neq 0$
5. $Bij^{(\lambda)}$ : Elemen-elemen baris ke i masing-masing ditambah dengan $\lambda$ kali baris ke j
6. $Kij^{(\lambda)}$ : Elemen-elemen kolom ke i masing-masing ditambah dengan $\lambda$ kali kolom ke j

# Matriks Ekivalen

Dua matriks A dan B dikatakan ekivalen(A ~B) jika matriks yang satu dapat di peroleh dari matriks yang lain dengan transformasi baris dan atau kolom.

Contoh:

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 2 & 1 \\ 4 & 1 & 3 & 2 \end{bmatrix} \text{dan } B = \begin{bmatrix} 5 & 1 & 3 & 1 \\ 3 & 0 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

Adalah ekivalen karena:

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 2 & 1 \\ 4 & 1 & 3 & 2 \end{bmatrix} \underset{\sim}{K_{12}}^{(1)} \begin{bmatrix} 5 & 1 & 2 & 1 \\ 3 & 0 & 3 & 2 \end{bmatrix} \underset{\sim}{K_{42}}^{(-1)}$$

$$\begin{bmatrix} 3 & 0 & 2 & 1 \\ 5 & 1 & 3 & 1 \end{bmatrix} \underset{\sim}{B_{12}} \begin{bmatrix} 5 & 1 & 3 & 1 \\ 3 & 0 & 2 & 1 \end{bmatrix} = B$$

# Matriks  Eselon

Setiap matriks yang bukan matriks nol dapat dirubah menjadi matriks eselon dengan menggunakan "Transformasi Elementer".

Matriks  yang memenuhi bahwa elemen-elemen yang sekolom dengan setiap elemen  tidak  nol terkiri semuanya nol (kecuali elemen 1 terkirinya)  disebut " Matriks Eselon ".

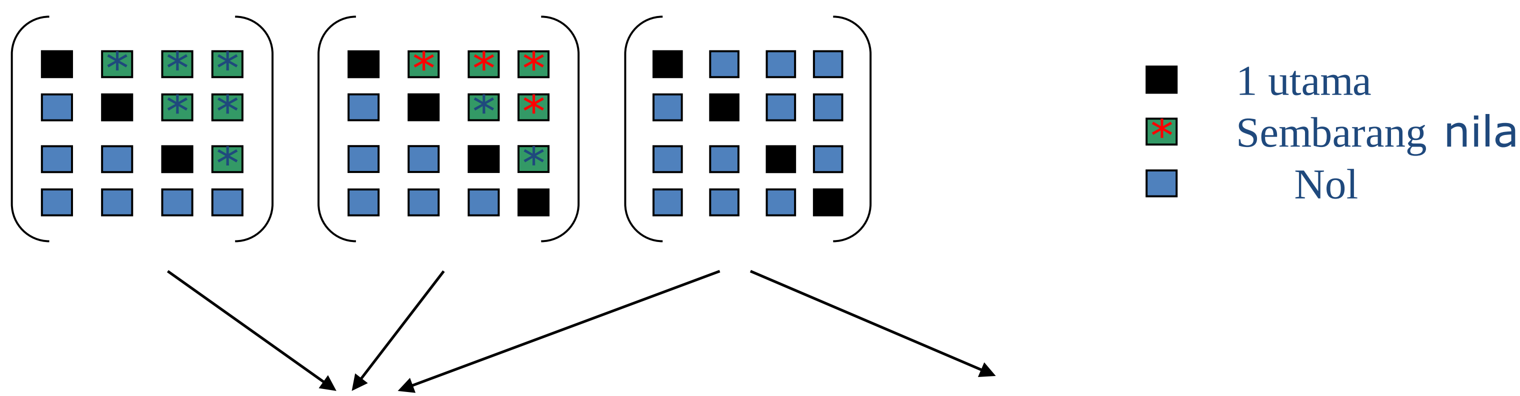
# Kondisi-kondisi matriks bentuk eselon baris dan eselon baris tereduksi:

| | **Ya** | **Tidak** |
|---|---|---|
| 1. Elemen pertama yang tidak nol adalah 1 (satu utama) | $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 4 \\ 0 & 1 & 3 & 6 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ | $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 4 \\ 0 & 3 & 1 & 6 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ |
| 2. Satu utama baris berikutnya berada lebih kanan dari baris sebelumnya | $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 4 \\ 0 & 0 & 1 & 6 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ | $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 4 \\ 0 & 0 & 1 & 6 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ |
| 3. Baris nol berada di paling bawah | $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 4 \\ 0 & 1 & 6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ | $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 6 & 0 \end{pmatrix}$ |
| 4. Elemen di atas satu utama nol semua | $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 6 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 6 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ | $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 4 \\ 0 & 1 & 3 & 6 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ |

# Matriks dalam bentuk eselon baris (eb) dan eselon baris tereduksi (ebt)

Matriks yang memenuhi kondisi 1, 2, 3 disebut matriks berbentuk **eselon baris**.

Jika matriks memenuhi kondisi 1, 2, 3, 4, maka matriks dalam bentuk **eselon baris  tereduksi**.




**eselon baris.**

**eselon baris tereduksi**

# Rank Matriks

Setiap matriks dapat dijadikan matriks eselon atau eselon tereduksi dengan menggunakan transformasi elementer.

Jumlah elemen satu terkiri pada matriks eselon atau jumlah baris yang tidak sama dengan nol (tidak dapat di nolkan) pada matriks eselon disebut Rank Matriks.

Contoh :

Tentukan rank matriks di bawah ini :

$$\begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 \\ -1 & 3 & -2 \\ 2 & -6 & 4 \end{bmatrix}$$

Jawab :

$$\begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 1 & 3 & -2 \\ 2 & -6 & 4 \end{bmatrix} \begin{matrix} \underset{\sim}{H_{21}^{(1)}} \\ \underset{\sim}{H_{31}^{(-2)}} \end{matrix} \begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & -2 & -2 \end{bmatrix} \underset{\sim}{H_{32}^{(2)}} \begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \; 2$$

matrik eselon

Jadi rank matriks diatas adalah 2