DETERMINAN

DEFINISI

- **Untuk setiap matriks persegi (bujur sangkar), ada satu bilangan tertentu yang disebut *determinan***
- **Determinan adalah jumlah semua hasil kali elementer bertanda dari suatu matriks bujur sangkar.**

Disimbolkan dengan:

$$\det[A] = |A|$$

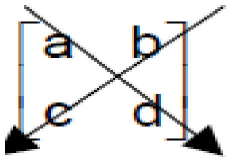
Jika $|A| \neq 0$ disebut matriks non singular

- **Metode untuk menghitung *determinan* matriks:**
  1. **Metode Sarrus**
  2. **Ekspansi Kofaktor (Teorema Laplace)**
  3. **Eliminasi Gauss**

METODE SARRUS

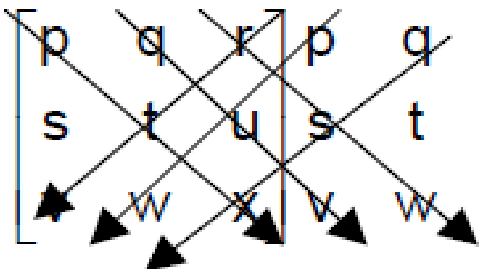
Determinan Orde Dua

$$det(A) = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}$$



Determinan Orde Tiga

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$$



$$\begin{aligned} det(A) &= \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} \\ &= a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} \\ &\quad -(a_{11}a_{23}a_{32} + a_{12}a_{21}a_{33} + a_{13}a_{22}a_{31}) \end{aligned}$$

Contoh:

$$P = \begin{bmatrix} 8 & 4 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}, \Rightarrow \det(P) = |P| = \begin{vmatrix} 8 & 4 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} = (8x4)\text{-}(4x3) = 20$$

$$Q = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 6 \\ 1 & 3 & 5 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix},$$

$$\Rightarrow \begin{vmatrix} 2 & 4 & 6 \\ 1 & 3 & 5 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = \left[\begin{array}{ccc|cc} 2 & 4 & 6 & 2 & 4 \\ 1 & 3 & 5 & 1 & 3 \\ 7 & 8 & 9 & 7 & 8 \end{array}\right] = (2x3x9)+(4x5x7)+(6x1x8)\text{-}(6x3x7)\text{-}$$

$$(2x5x8)\text{-}(4x1x9) = 242\text{-}242 = 0$$

MINOR & KOFAKTOR

- Minor a_{ij} adalah determinan submatrik yang tetap setelah baris ke–i dan kolom ke–j dicoret dari A . Dinyatakan dengan $|M_{ij}|$.
- Sedangkan bilangan $(-1)^{i+j}|M_{ij}|$ dinyatakan oleh C_{ij} disebut *Kofaktor*
- Perhatikan bahwa kofaktor dan minor hanya berbeda pada tandanya, yaitu $C_{ij} = M_{ij}$.

Minor

- Yang dimaksud dengan MINOR unsur a_{ij} adalah ***determinan*** yang berasal dari determinan orde ke-n tadi dikurangi dengan baris ke-i dan kolom ke-j.
- Dinotasikan dengan M_{ij}
- Contoh Minor dari elemen a_{11}

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \qquad M_{11} = \begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$$

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{pmatrix} \qquad M_{11} = \begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{vmatrix}$$

Minor

- Minor-minor dari Matrik A (ordo 3x3)

$$|M_{11}| = \begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} \quad |M_{21}| = \begin{vmatrix} a_{12} & a_{13} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} \quad |M_{31}| = \begin{vmatrix} a_{12} & a_{13} \\ a_{22} & a_{23} \end{vmatrix}$$

$$|M_{12}| = \begin{vmatrix} a_{21} & a_{23} \\ a_{31} & a_{33} \end{vmatrix} \quad |M_{22}| = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{13} \\ a_{31} & a_{33} \end{vmatrix} \quad |M_{32}| = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{13} \\ a_{21} & a_{23} \end{vmatrix}$$

$$|M_{13}| = \begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix} \quad |M_{23}| = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix} \quad |M_{33}| = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}$$

Kofaktor Matriks

- Kofaktor dari baris ke-i dan kolom ke-j dituliskan dengan

$$c_{ij} = (-1)^{i+j} M_{ij}$$

- Contoh :

  Kofaktor dari elemen a_{11}

$$c_{11} = (-1)^{1+1} M_{11} = M_{11}$$

  Kofaktor dari elemen a_{23}

$$c_{23} = (-1)^{2+3} M_{23} = -M_{23}$$

$$\begin{bmatrix} + & - & + & - & + & \cdots \\ - & + & - & + & - & \cdots \\ + & - & + & - & + & \cdots \\ - & + & - & + & - & \cdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \end{bmatrix}$$

Kofaktor Matrik

- Cara cepat untuk menentukan apakah penggunaan tanda + atau tanda – merupakan penggunaan tanda yang menghubungkan Cij dan Mij berada dalam baris ke – i dan kolom ke – j dari susunan :

$$\begin{bmatrix} + & - & + & - & + & .. \\ - & + & - & + & - & .. \\ + & - & + & - & + & .. \\ - & + & - & + & - & .. \\ + & - & + & - & + & .. \\ . & & & & & \\ & .. & .. & .. & .. & .. \\ .. & & & & & \end{bmatrix}$$

Misalnya $C_{11} = M_{11}$, $C_{21} = -M_{21}$, $C_{44} = M_{44}$, $C_{23} = -M_{23}$

Determinan Matrik dengan Ekspansi Kofaktor

- Determinan matrik A yang berukuran *n* x *n* dapat dihitung dari jumlah perkalian elemen-elemen dari sembarang baris atau kolom dengan kofaktor-kofaktornya

Ekspansi Baris

$$|A| = \sum_{j=1}^{n} a_{ij}c_{ij} = a_{i1}c_{i1}+a_{i2}c_{i2}+\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots+ a_{in}c_{in}$$

Ekspansi Kolom

$$|A| = \sum_{j=1}^{n} a_{ij}c_{ij} = a_{1j}c_{1j}+a_{2j}c_{2j}+\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots+ a_{nj}c_{nj}$$

Determinan Matrik dengan Ekspansi Kofaktor pada Baris

- Misalkan ada sebuah matriks A berordo 3x3

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$$

- Determinan Matriks A dengan metode ekspansi kofaktor ***baris pertama***

$$\begin{aligned} |\mathrm{A}| &= a_{11}c_{11} + a_{12}c_{12} + a_{13}c_{13} \\ &= a_{11}|M_{11}| - a_{12}|M_{12}| + a_{13}|M_{13}| \\ &= a_{11}\begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} - a_{12}\begin{vmatrix} a_{21} & a_{23} \\ a_{31} & a_{33} \end{vmatrix} + a_{13}\begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix} \\ &= a_{11}(a_{22}a_{33} - a_{23}a_{32}) - a_{12}(a_{21}a_{33} - a_{23}a_{31}) + a_{13}(a_{21}a_{32} - a_{22}a_{31}) \end{aligned}$$

Determinan Matrik dengan Ekspansi Kofaktor pada Baris

- Determinan Matriks A dengan metode ekspansi kofaktor ***baris kedua***

$$
\begin{aligned}
|A| &= a_{21}c_{21} + a_{22}c_{22} + a_{23}c_{23} \\
&= -a_{21}|M_{21}| + a_{22}|M_{22}| - a_{23}|M_{23}| \\
&= -a_{21}\begin{vmatrix} a_{12} & a_{13} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} + a_{22}\begin{vmatrix} a_{11} & a_{13} \\ a_{31} & a_{33} \end{vmatrix} - a_{23}\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix} \\
&= -a_{21}(a_{12}a_{33} - a_{13}a_{32}) + a_{22}(a_{11}a_{33} - a_{13}a_{31}) - a_{13}(a_{11}a_{32} - a_{12}a_{31})
\end{aligned}
$$

- Determinan Matriks A dengan metode ekspansi kofaktor ***baris ketiga***

$$
\begin{aligned}
|A| &= a_{31}c_{31} + a_{32}c_{32} + a_{33}c_{33} \\
&= a_{31}|M_{31}| - a_{32}|M_{32}| + a_{33}|M_{33}| \\
&= a_{31}\begin{vmatrix} a_{12} & a_{13} \\ a_{22} & a_{23} \end{vmatrix} - a_{32}\begin{vmatrix} a_{11} & a_{13} \\ a_{21} & a_{23} \end{vmatrix} + a_{33}\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} \\
&= a_{31}(a_{12}a_{23} - a_{13}a_{22}) - a_{32}(a_{11}a_{23} - a_{13}a_{21}) + a_{33}(a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21})
\end{aligned}
$$

Determinan Matrik dengan Ekspansi Kofaktor pada Kolom

- Misalkan ada sebuah matriks A berordo 3x3

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$$

- Determinan Matriks A dengan metode ekspansi kofaktor ***kolom pertama***

$$\begin{aligned} |\mathrm{A}| &= a_{11}c_{11} + a_{21}c_{21} + a_{31}c_{31} \\ &= a_{11}|M_{11}| - a_{21}|M_{21}| + a_{31}|M_{31}| \\ &= a_{11}\begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} - a_{21}\begin{vmatrix} a_{12} & a_{13} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} + a_{31}\begin{vmatrix} a_{12} & a_{13} \\ a_{22} & a_{23} \end{vmatrix} \\ &= a_{11}(a_{22}a_{33} - a_{23}a_{32}) - a_{21}(a_{12}a_{33} - a_{13}a_{32}) + a_{31}(a_{12}a_{23} - a_{12}a_{22}) \end{aligned}$$

Determinan Matrik dengan Ekspansi Kofaktor pada Kolom

- Determinan Matriks A dengan metode ekspansi kofaktor ***kolom kedua***

$$
\begin{aligned}
|\mathrm{A}| &= a_{12}c_{12} + a_{22}c_{22} + a_{32}c_{32} \\
&= a_{12}\left|M_{12}\right| - a_{22}\left|M_{22}\right| + a_{32}\left|M_{32}\right| \\
&= -a_{12}\begin{vmatrix} a_{21} & a_{23} \\ a_{31} & a_{33} \end{vmatrix} + a_{22}\begin{vmatrix} a_{11} & a_{13} \\ a_{31} & a_{33} \end{vmatrix} - a_{32}\begin{vmatrix} a_{11} & a_{13} \\ a_{21} & a_{23} \end{vmatrix} \\
&= -a_{12}(a_{21}a_{33} - a_{23}a_{31}) + a_{22}(a_{11}a_{33} - a_{13}a_{31}) - a_{32}(a_{11}a_{13} - a_{13}a_{21})
\end{aligned}
$$

- Determinan Matriks A dengan metode ekspansi kofaktor ***kolom ketiga***

$$
\begin{aligned}
|\mathrm{A}| &= a_{13}c_{13} + a_{23}c_{23} + a_{33}c_{33} \\
&= a_{13}\left|M_{13}\right| - a_{23}\left|M_{23}\right| + a_{33}\left|M_{33}\right| \\
&= a_{13}\begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix} - a_{23}\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix} + a_{33}\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} \\
&= a_{13}(a_{21}a_{32} - a_{22}a_{31}) - a_{23}(a_{11}a_{32} - a_{12}a_{31}) + a_{33}(a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21})
\end{aligned}
$$

Contoh 1

- Misalkan kita punya matriks A = $\begin{pmatrix} \cancel{3} & \cancel{1} & \cancel{-4} \\ \cancel{2} & 5 & 6 \\ \cancel{1} & 4 & 8 \end{pmatrix}$
  - Tentukan minor entri a_{11}, a_{12}, dan a_{13}
  - Tentukan juga kofaktor entri M_{11}, M_{12} dan M_{13} !

- Penyelesaian :
  - minor entri a_{11} adalah $M_{11} = \begin{vmatrix} 5 & 6 \\ 4 & 8 \end{vmatrix} = 5*8 - 4*6 = 16$
  - kofaktor a_{11} adalah $C_{11} = (-1)^{1+1}\begin{vmatrix} 5 & 6 \\ 4 & 8 \end{vmatrix} = 1*16 = 16$

Contoh 1

- A = $\begin{pmatrix} 3 & 1 & -4 \\ 2 & 5 & 6 \\ 1 & 4 & 8 \end{pmatrix}$
  - minor entri a_{12} adalah M_{12} $= \begin{vmatrix} 2 & 6 \\ 1 & 8 \end{vmatrix} = 2*8-6*1=10$
  - kofaktor a_{12} adalah C_{12} $= (-1)^{1+2}\begin{vmatrix} 2 & 6 \\ 1 & 8 \end{vmatrix} = (-1)*10=-10$
  - minor entri a_{13} adalah M_{13} $= \begin{vmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 4 \end{vmatrix} = 2*4-5*1=3$
  - kofaktor a_{13} adalah C_{13} $= (-1)^{1+3}\begin{vmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 4 \end{vmatrix} = 1*3=3$

Contoh 2

Contoh:

Hitung Det(A) bila A = $\begin{bmatrix} 3 & 1 & 0 \\ -2 & -4 & 3 \\ 5 & 4 & -2 \end{bmatrix}$

Dengan menggunakan ekspansi kofaktor sepanjang ***baris pertama***

$$= 3 \begin{vmatrix} -4 & 3 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} - 1 \begin{vmatrix} -2 & 3 \\ 5 & -2 \end{vmatrix} + 0 \begin{vmatrix} -2 & -4 \\ 5 & 4 \end{vmatrix}$$

= (3)(-4) – (1)(-11)

= -12 + 11

= -1

Eliminasi Gauss

Matriks dijadikan segitiga atas atau segitiga bawah

$$\begin{pmatrix} 2 & -3 & 2 \\ 3 & 2 & -1 \\ 1 & -4 & 2 \end{pmatrix}$$

Solusi

$$(1) \sim (3) \quad \begin{pmatrix} 1 & -4 & 2 \\ 3 & 2 & -1 \\ 2 & -3 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{array}{l} (2) - 2(1) \\ (3) - 3(1) \\ \end{array} \begin{pmatrix} 1 & -4 & 2 \\ 0 & 5 & -2 \\ 0 & 14 & -7 \end{pmatrix}$$

$$(3) - 2(2) \quad \begin{pmatrix} 1 & -4 & 2 \\ 0 & 1 & -\frac{2}{5} \\ 0 & 0 & -\frac{1}{5} \end{pmatrix}$$

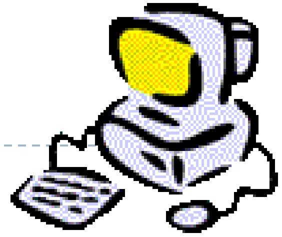
Det A= -1/5

SOAL LATIHAN

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 10 \\ 2 & 3 & 9 \\ 4 & 5 & 11 \end{pmatrix}$$

Hitung determinan matriks diatas dengan metoda Sarrus

Minor & Kofactor dan eliminasi gauss



SIFAT-SIFAT DETERMINAN

- **Apabila semua unsur dalam 1 baris atau 1 kolom = 0, maka harga determinan matriks = 0**
- **Harga determinan tidak berubah apabila semua baris diubah menjadi kolom atau semua kolom diubah menjadi baris.**

$$|A| = |A|^T$$

Contoh:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 5 \\ 3 & 7 & 9 \end{pmatrix} \Rightarrow det(A) = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 5 \\ 3 & 7 & 9 \end{vmatrix} = 1$$

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 7 \\ 3 & 5 & 9 \end{pmatrix} \qquad \det B = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 7 \\ 3 & 5 & 9 \end{vmatrix} = 1$$

SIFAT-SIFAT DETERMINAN

- **Nilai determinan tidak berubah jika dilakukan operasi elementer matriks**

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 5 \\ 3 & 7 & 9 \end{pmatrix} \Longrightarrow D = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & -1 & -1 \\ 3 & 7 & 9 \end{pmatrix}$$

$$det(D) = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & -1 & -1 \\ 3 & 7 & 9 \end{vmatrix} = 1$$

Jadi, determinan D = determinan A

SIFAT-SIFAT DETERMINAN

- **Jika B diperoleh dari A dengan mempertukarkan setiap dua barisnya atau kolomnya, maka:**

$$|C| = -|A|$$

Contoh:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 5 \\ 3 & 7 & 9 \end{pmatrix} \Rightarrow det(A) = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 5 \\ 3 & 7 & 9 \end{vmatrix} = 1$$

Baris 1 ditukar dengan baris 3

$$C = \begin{pmatrix} 3 & 7 & 9 \\ 2 & 3 & 5 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \Rightarrow det(C) = \begin{vmatrix} 3 & 7 & 9 \\ 2 & 3 & 5 \\ 1 & 2 & 3 \end{vmatrix} = -1$$

SIFAT-SIFAT DETERMINAN

- **Jika dua baris atau kolomya dari A adalah identik, maka :**

$$|A| = 0$$

- **Apabila semua unsur pada sembarang baris atau kolom dikalikan dengan sebuah faktor (yang bukan nol), maka harga determinannya dikalikan dengan faktor tersebut.**

Contoh:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 5 \\ 3 & 7 & 9 \end{pmatrix} \Rightarrow B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 6 & 9 & 15 \\ 3 & 7 & 9 \end{pmatrix}$$

$$|A| = 1 \qquad |B| = 3$$

$$det(A) = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 5 \\ 3 & 7 & 9 \end{vmatrix} = 1 \qquad det(B) = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 6 & 9 & 15 \\ 3 & 7 & 9 \end{vmatrix} = 3$$

Jadi, determinan B = 3 x determinan A

- **Jika matriks persegi A adalah matriks segitiga atas atau bawah, maka determinan dari matriks A adalah hasil kali dari elemen–elemen diagonalnya.**

Contoh:

$$\begin{vmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & -3 & 0 & 0 \\ 3 & 5 & 3 & 0 \\ 3 & 2 & 2 & 4 \end{vmatrix} = (2)(-3)(3)(4) = -72$$

- **Jika A dan B adalah dua matriks bujur sangkar, maka:**

$$|AB| = |A||B|$$

Contoh:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}, \quad AB = \begin{pmatrix} 8 & 13 \\ 13 & 22 \end{pmatrix}$$

$$det(A) = -1, \quad det(B) = -7, \quad \text{maka} \quad det(AB) = 7$$

- **Jika matriks persegi A mempunyai invers, maka:**

$$det(A^{-1}) = \frac{1}{det(A)}$$

- **Misal A, B dan C adalah matriks persegi berukuran n x n yang berbeda di salah satu baris atau kolomnya, misal di baris ke-r yang berbeda. Pada baris ke-r matriks C merupakan penjumlahan dari matriks A dan B maka:**

$$det(C) = det(A) + det(B)$$

Contoh:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 5 \\ 2 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 5 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 5 \\ 2 & 3 & 4 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 5 \\ 2 & 3 & 4 \\ 7 & 9 & 11 \end{pmatrix}$$

$$det(C) = det(A) + det(B)$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 5 \\ 2 & 3 & 4 \\ 7 & 9 & 11 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 5 \\ 2 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 5 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 1 & 2 & 5 \\ 2 & 3 & 4 \\ 4 & 5 & 6 \end{vmatrix}$$

$$-6 = (-2) + (-4)$$

Adjoint

- Definisi:
  - Jika A sebarang matriks n x n dan C_{ij} adalah kofaktor a_{ij}, maka matriks

$$\begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} & \dots & C_{1n} \\ C_{21} & C_{22} & \dots & C_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ C_{n1} & C_{n2} & \dots & C_{nn} \end{pmatrix}$$

    dinamakan ***matriks kofaktor A***
  - Transpose dari matriks kofaktor adalah ***adjoint*** (sering ditulis adj(nama_matriks))
  - Transpose matriks kofaktor A adalah **Adjoint A** (adj(A))

Adjoint

- Contoh:

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 1 & 6 & 3 \\ 2 & -4 & 0 \end{pmatrix}$$

  – Cari nilai kofaktor
    - $C_{11} = (-1)^{1+1}$ (6*0 – 3*(-4)) = 12
    - $C_{12} = (-1)^{1+2}$ (1*0 – 3*2) = 6
    - $C_{13} = (-1)^{1+3}$ (1*(-4) – 6*2) = -16
    - $C_{21} = (-1)^{2+1}$ (2*0 – (-1)*(-4)) = 4
    - $C_{22} = (-1)^{2+2}$ (3*0 – (-1)*2) = 2
    - $C_{23} = (-1)^{2+3}$ (3*(-4)– 2*2) = 16
    - $C_{31} = (-1)^{3+1}$ (2*3 – (-1)*6) = 12
    - $C_{32} = (-1)^{3+2}$ (3*3 – (-1)*1) = -10
    - $C_{33} = (-1)^{3+3}$ (3*6 – 2*1) = 16

- Matriks Kofaktor A

$$\begin{pmatrix} 12 & 6 & -16 \\ 4 & 2 & 16 \\ 12 & -10 & 16 \end{pmatrix}$$

- Transpose matriks kofaktor A adalah Adjoint A (adj(A))

$$Adj(A) = \begin{pmatrix} 12 & 4 & 12 \\ 6 & 2 & -10 \\ -16 & 16 & 16 \end{pmatrix}$$